

Estadística I Examen Extraordinario, 23 Junio 2016.
Grados en ADE, DER-ADE, ADE-INF, ADE-INT, FICO, ECO, ECO-DER, TUR.

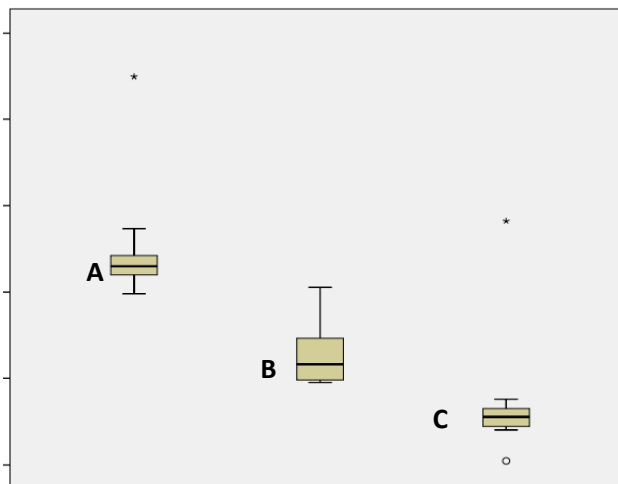
REGLAS DEL EXAMEN: 1) Usar cuadernillos separados para cada problema. 2) Hacer los cálculos con al menos dos decimales significativos. 3) No se puede abandonar el examen durante los primeros 30 minutos. 4) No está permitido salir de la clase sin entregar el examen.

1. Se dispone de la siguiente información acerca de 10 empresas del Dow Jones: X_1 = “sueldo de ejecutivo mejor pagado (en millones de dólares)” y X_2 = “precio de la acción (en dólares)”. Fuente: El País, 8 de Mayo de 2016.

Tabla 1 / Table 1

X_1	X_2
44,91	106,11
27,29	87,81
24,2	53,95
23,79	113,69
23,37	29,97
22,58	158,31
22,03	100,31
21,98	64,21
20,01	110,68
19,82	147,6

Figura 1 / Figure 1



- (a) (1 punto) Para la variable X_2 , dibujar el diagrama de caja (box-plot) e identificar los atípicos (si los hubiere). Justificar la respuesta.
- (b) (0,5 puntos) Determinar si X_1 y X_2 presentan el mismo tipo de asimetría. Justificar la respuesta.
- (c) (0,5 puntos) Determinar cuál de los diagramas de caja (A, B, C) corresponde a la variable X_1 . Justificar la respuesta.
- (d) (0,5 puntos) Sabiendo que 1 euro = 1,14 dólares, obtener el sueldo medio de estos ejecutivos (en millones de euros) y la varianza.
2. La cantidad de periódicos y revistas (expresada en decenas) que se venden semanalmente en un centro comercial de cierta localidad puede representarse mediante una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(x-1)(3-x), & 1 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{en caso contrario,} \end{cases}$$

donde k es una constante adecuada.

- (a) (0,5 puntos) Determinar el valor de la constante k para que $f(x)$ sea realmente una función de densidad.
- (b) (0,5 puntos) Obtener la función de distribución.
- (c) (1 punto) Calcular la probabilidad de que en una semana cualquiera la cantidad de periódicos y revistas vendidos supere la media.
- (d) (0,5 puntos) Calcular la varianza de la cantidad de periódicos y revistas vendidos semanalmente.

3. Una ciudad de 3.5 millones de habitantes dispone de tres medios de transporte urbanos: metro, autobús y tranvía. En general, en un día laborable, el número de viajeros de metro asciende a 1.500.000, el de autobús a 750.000 y los que viajan en tranvía son 450.000. Además se sabe que, de los viajeros de metro, el 30% usa también autobús, el 10% usa también tranvía y el 5% utiliza también autobús y tranvía. De los viajeros de autobús, sólo el 15% usa también tranvía. (Nota: Un habitante puede o no tomar algún medio de transporte).
- (a) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que un habitante utilice solamente uno de los tres medios de transporte en un día laborable.
- (b) (0,5 puntos) Calcular la probabilidad de que un habitante utilice por lo menos un medio de transporte en un día laborable.
- (c) (0,75 puntos) Cuando en un día laborable sólo se usa un medio de transporte, la probabilidad de sufrir un retraso de más de 5 minutos es del 2%. Sin embargo, cuando se combina más de un medio de transporte, esta probabilidad alcanza el 7%. Calcular la probabilidad que un habitante sufra un retraso de más de 5 minutos en un día laborable.
- (d) (0,5 puntos) Utilizando la misma información del apartado (c) y sabiendo que un viajero ha sufrido un retraso de más de 5 minutos, calcular la probabilidad de que haya utilizado más de un tipo de transporte.
4. Sea X una v.a. que toma valores en el conjunto $S = \{2, 3, 5, 7\}$, con la siguiente función de probabilidad:

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.10 & \text{si } x = 2, \\ 0.25 & \text{si } x = 3, \\ 0.35 & \text{si } x = 5, \\ 0.30 & \text{si } x = 7, \\ 0 & \text{en el resto de valores.} \end{cases}$$

- (a) (1 punto) Considerar una muestra aleatoria simple con la misma distribución que X , de tamaño $n = 150$. Calcular la probabilidad de que la media muestral tome valores entre 4.6 y 5.0.
- (b) (0.5 puntos) Comparar el resultado obtenido en el apartado (a) con la cota inferior que se obtendría utilizando la desigualdad de Chebyshev. ¿Es contradictorio el resultado? ¿Cuándo es adecuado utilizar la aproximación que proporciona la desigualdad de Chebyshev?
- (c) (0.5 puntos) Sea Y una nueva v.a. que toma valor 1 si $X < 5$, y valor 0 en caso contrario. Determinar el modelo de probabilidad que sigue Y , calcular su esperanza y varianza.
- (d) (0.5 puntos) En una muestra de tamaño $n = 250$, X ha tomado valores menores que 5 en 75 ocasiones. Obtener el intervalo de confianza para la media de Y al 98% de confianza.